

Там, в краю далёком...

Решение.

Буду в это раз краток. Задача решается с помощью двух проходов поиском в глубину. Сложность решения – $O(N)$, где N – количество вершин.

Зафиксируем произвольно некоторую вершину дерева, назовём её корнем и обозначим $root$. Дерево станет корневым, и дуги получат ориентацию. Будем, как обычно, говорить, что направление движения от корня к листьям – это направление вниз.

Первым поиском в глубину вычисляем для каждой вершины v длину самого длинного пути, начинающегося в этой вершине и идущего вниз, а также длину самого длинного пути из этой вершины и идущего вниз, но не имеющего с первым путём общих вершин (кроме v , разумеется). Назовем эти величины $max1(v)$ и $max2(v)$, соответственно.

Из корня все пути ведут вниз, поэтому для корня самая удалённая вершина находится на расстоянии $max1(root)$.

Для всех остальных вершин путь до самой удалённой вершины может начинаться либо с дуги, ведущей вниз, либо с дуги, ведущей вверх, в предка этой вершины. Обозначим саму вершину v , её предка – u , а длину дуги между ними – d . Длину самого длинного пути, идущего из v вниз, мы знаем, она равна $max1(v)$.

Осталось найти $max3(v)$ – длину самого длинного пути, начинающегося дугой $v-u$. Если самый длинный путь из u вниз не проходит через вершину v , то $max3(v) = d + max1(u)$, в противном случае $max3(v) = d + max2(u)$. Отличить эти два случая несложно: можно просто вместе с $max1(u)$ хранить и вторую вершину пути, реализующего эту длину; можно и не хранить эту вторую вершину, ведь условие «самый длинный путь из вершины u вниз проходит через вершину v » равносильно соотношению $max1(u) = d + max1(v)$.

Теперь, когда мы вычислили $max3(v)$, прежде чем обрабатывать потомков вершины v , изменим $max1(v)$ и $max2(v)$:

если $max3(v) > max2(v)$, то заменим $max2(v)$ на $max3(v)$. Здесь потребуются некоторые пояснения. Если $max3(v) \leq max1(v)$, то в $max2(v)$ оказывается длина второго по длине пути, начинающегося в вершине v ; если же $max3(v) > max1(v)$, то мы и $max1(v)$ заменяем на $max3(v)$, и это не приведёт в дальнейшем к ошибкам – в этом случае самый длинный путь из вершины v проходит через вершину u (т.е. начинается «вверх») и значение $max2(v)$ при обработке сыновей вершины v нам не понадобится.

В результате в $max1(v)$ хранится интересующая нас величина – длина самого длинного пути, начинающегося в вершине v , а мы можем переходить к обработке потомков v .

Для хранения дерева использовались связные списки, реализованные на массивах. Такой способ хранения деревьев (и других подобных структур) очень удобен и эффективен. Имеется масса описаний и примеров такого хранения, поэтому я не буду составлять ещё одно описание, а просто выложу в учебных материалах главу из книги

Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов, 536 стр. М.: Мир, 1979.

В этой главе разбирается очень изящный способ решения задачи об объединении непересекающихся множеств. Всячески советую прочитать эту небольшую (5 страничек) статью – очень красиво. А сцепляемые непересекающиеся множества – это ведь, фактически дерево (если взглянуть на дерево, как на множество разрозненных вершин, которые мы постепенно соединяем путями-дугами, не допуская появления циклов). В всяком случае, хранение данных очень похожее.

Впрочем, я обещал быть кратким ☺ ...